

[T1] Definiciones en geometría: una estrategia para fomentar la participación de los estudiantes en el proceso de definir

Daniela Alexandra Roperó Quintero¹

Cómo citar / How to cite?:

Roperó Quintero, D. A. (2025). Definiciones en geometría: una estrategia para fomentar la participación de los estudiantes en el proceso de definir. *Memorias del IX Congreso Internacional en Innovación Educativa: Educar sin límites*, 3(3), XX. <https://doi.org/10.24015/2791-2348.2025.3.3.XX>

[T2] Resumen

Se presenta una estrategia de enseñanza que permite fomentar la participación de los estudiantes en la práctica matemática de definir, particularmente conceptos propios de la geometría. Esta estrategia surge a partir del proceso de investigación desarrollado en el marco del trabajo realizado en la Maestría en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa. Se comparten resultados que muestran cómo esta investigación influyó en el quehacer docente, al implementar dicha estrategia con estudiantes de secundaria del Colegio El porvenir IED, en Bogotá. Los resultados evidencian el potencial y la importancia del uso de ejemplos y no ejemplos como elementos esenciales para el diseño de tareas que se relacionen con la práctica matemática de definir; pues el análisis de estos favorece la participación de los estudiantes en el aula, y les permite identificar las características esenciales de los conceptos que se buscan definir.

Palabras clave: definiciones, ejemplos y no ejemplos, participación, práctica matemática de definir.

¹ Licenciada en Matemáticas y magister en Ciencias en la Especialidad en Matemática Educativa. Docente del Colegio El Porvenir IED, Colombia. Correo electrónico: daniela.ropero658@educacionbogota.edu.co, Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5658-5373>

[T2] Abstract

A teaching strategy is presented that promotes student participation in the mathematical practice of defining, particularly concepts related to geometry. This strategy emerges from a research process developed within the framework of work carried out in the Master's program in Science with a specialization in Mathematics Education. The results shared show how this research influenced teaching practices through the implementation of the strategy with secondary school students at Colegio El Porvenir IED, in Bogotá. The findings highlight the potential and importance of using examples and non-examples as essential elements in the design of tasks related to the mathematical practice of defining, as their analysis encourages student participation in the classroom and enables them to identify the essential characteristics of the concepts being defined.

Keywords: definitions, examples and non-examples, participation, mathematical practice of defining.

[T2] Introducción: motivación al trabajo de investigación

Si los lectores de esta memoria hicieran un proceso retrospectivo de su experiencia como estudiantes de primaria o secundaria, tratando de reflexionar para dar respuesta a la pregunta: *¿durante la primaria o el bachillerato, los docentes los invitaron a participar en la construcción de definiciones de conceptos matemáticos o geométricos?* Seguramente una gran parte de las respuestas coincidirían en que no tuvieron un papel protagónico en el proceso de definir algún concepto geométrico o matemático, y que la gran mayoría de las definiciones fueron impartidas directamente por el docente.

Esta reflexión lleva a reafirmar lo que diferentes autores han señalado en investigaciones de Educación Matemática: dentro de los diferentes contextos escolares, se ha dado poca importancia a que los estudiantes participen en el proceso de construcción de definiciones. Esto ocurre a pesar de que diferentes investigaciones, desde hace más de dos décadas (De Villers, 1998; Mariotti & Fischbein, 1997), destacan la importancia y las ventajas de involucrar a los estudiantes y hacerlos partícipes en la práctica matemática de definir, bajo la afirmación de que, para aumentar la comprensión de los estudiantes de las definiciones, es fundamental hacerlos partícipes en alguna etapa del proceso de definir.

Diferentes investigaciones se han enfocado en esta idea esencial de promover la participación de los estudiantes en la construcción de definiciones, particularmente en el contexto de la geometría plana (Samper & Vargas, 2019; Okazaki, 2013; Kobiela & Lehrer, 2015) o en otras áreas del conocimiento matemático como el cálculo, el álgebra y la estadística (Swinyard, 2011; Van Dormolen & Zaslavsky, 2003; Tabach & Nachlieli, 2015; Megías, Gea & Batanero, 2018).

Esta reflexión que se plantea fue punto de partida para la realización del proyecto de investigación desarrollado en el marco de la Maestría en Ciencia en la Especialidad de Matemática Educativa², enfocado en incentivar la participación de estudiantes de secundaria en la práctica matemática de definir. Este trabajo consistió en un estudio exploratorio/descriptivo, cuyo propósito fue caracterizar y describir cómo se desarrolla el proceso de definir cuando estudiantes de secundaria participan activamente en la construcción de definiciones de conceptos geométricos, sin la mayor intervención de un docente, y cómo esta participación los lleva a formular definiciones con características particulares.

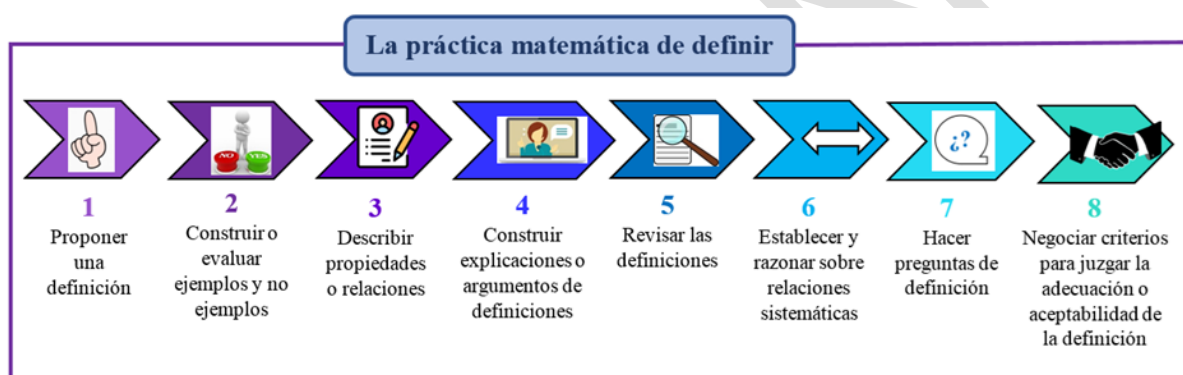
Durante el proceso de revisión bibliográfica y búsqueda de referentes para estructurar las actividades de este proyecto, se identificó una estrategia como elemento fundamental del diseño de tareas que permitiera fomentar la participación de los estudiantes en la práctica matemática de definir: el uso de ejemplos y no ejemplos.

² Es de mencionar que este trabajo investigativo se llevó a cabo como trabajo de tesis en el marco de la Maestría en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV) en la ciudad de México. Para ver a más detalle se puede consultar a Ropero (2022)

[T2]Diseño de actividades para la enseñanza de definiciones: el papel de los ejemplos y no ejemplos

En el marco investigativo se proponen diferentes actividades enmarcadas en la práctica matemática de definir, tal como lo proponen Kobiela y Lehrer (2015). En este trabajo investigativo, los autores identifican ocho actividades diferentes que, según los autores, están presentes en el proceso de definir y permiten llegar a la consolidación de una definición, estas actividades los autores las identifican como aspectos de la práctica matemática de definir, las cuales se ilustran en la Figura 1.

Figura 1: Aspectos de la práctica matemática de definir.



Fuente: Elaborado por el autor con base en Kobiela y Lehrer (2025)

En el trabajo de investigación realizado en Roper (2022), se diseñaron diversas actividades teniendo en cuenta estos aspectos, con el propósito de que estudiantes de secundaria participaran en la práctica matemática de definir conceptos propios de la geometría sólida: poliedros, poliedros cóncavos y convexos, y los sólidos platónicos, de modo tal que lograran establecer definiciones para cada una de estas familias de poliedros.

En el análisis de los resultados de este trabajo, se destaca el potencial del segundo aspecto ilustrado en la figura 1: evaluar ejemplos y no ejemplos; ya que fue a partir del análisis de los ejemplos y no ejemplos que los estudiantes lograron identificar

características relevantes de cada uno de los conceptos que se buscaban definir. Esto se pudo evidenciar en cada una de las actividades propuestas.

Por ejemplo, en una de las actividades, los estudiantes debían construir, descubrir y definir los cinco sólidos platónicos con ayuda de material concreto. Para facilitar la construcción de posibles candidatos, se les mostró dos ejemplos de sólidos platónicos (el cubo y el tetraedro), y tres no ejemplos: un prisma hexagonal; una bipirámide pentagonal; y el tetraedro estrellado, conocido también como la estrella octángula de Kepler (ver figura 2).

A medida que surgían posibles candidatos se les indicaba si correspondían o no a un sólido platónico. De esta manera, y a partir de la comparación entre las características de los ejemplos y no ejemplos, se buscaba que los estudiantes construyeran y caracterizaran los sólidos platónicos.

Figura 2: Ejemplos y no ejemplos para caracterizar los sólidos platónicos.



Fuente: elaborado por la autora.

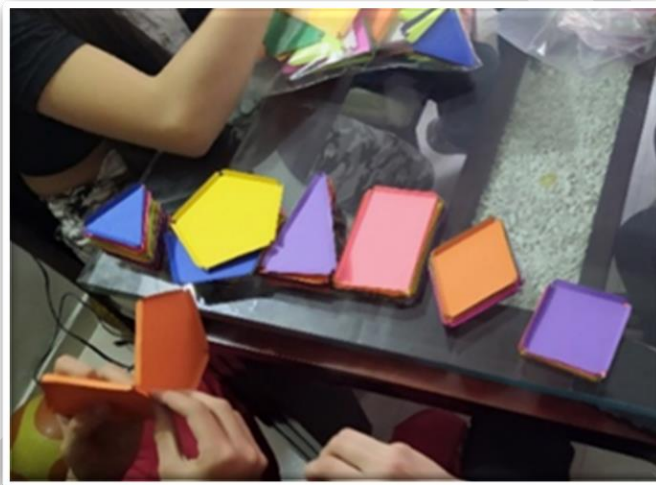
Cuando los estudiantes compararon los ejemplos y no ejemplos dados para la familia de sólidos platónicos (ver figura 2), surgieron características como: que las formas de las caras debían ser iguales y que los sólidos debían ser convexos. Esto los llevó a realizar la acción que se muestra en la figura 3, proponiendo como candidatos a sólidos platónicos un sólido para cada una de las figuras que clasificaron.

Uno de los candidatos propuestos fue una pirámide cuyas caras eran triángulos isósceles (ver figura 4). Al observarla y señalarles que dicha pirámide no era un sólido

platónico, los estudiantes, identificaron otra propiedad relevante: las aristas también debían ser iguales. A partir de esta afirmación, los estudiantes afirmaron: *“o sea que con esas figuras no podemos hacer nada”* señalando los rectángulos y los triángulos isósceles.

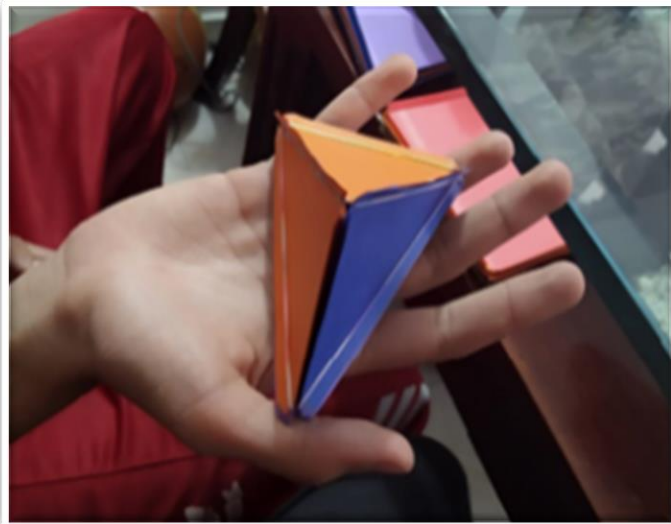
Por último, faltando solo el icosaedro por descubrir, los estudiantes intentaron construir sólidos cuyas caras fueran cuadrados y pentágonos. Ante su fallido intento, y gracias a la comparación constante con los no ejemplos que fueron surgiendo, reconocieron que en el último sólido platónico sus caras debían ser triangulares y que en cada vértice debía converger el mismo número de caras. Por tanto, los estudiantes realizaron las acciones ilustradas en la figura 5 para lograr construir el icosaedro.

Figura 3: Primera acción realizada para construir los sólidos platónicos.



Fuente: elaborada por el autor.

Figura 4: Pirámide cuyas caras son triángulos isósceles.



Fuente: elaborado por el autor.

Figura 5: Acciones realizar para construir el último sólido platónico: el icosaedro.



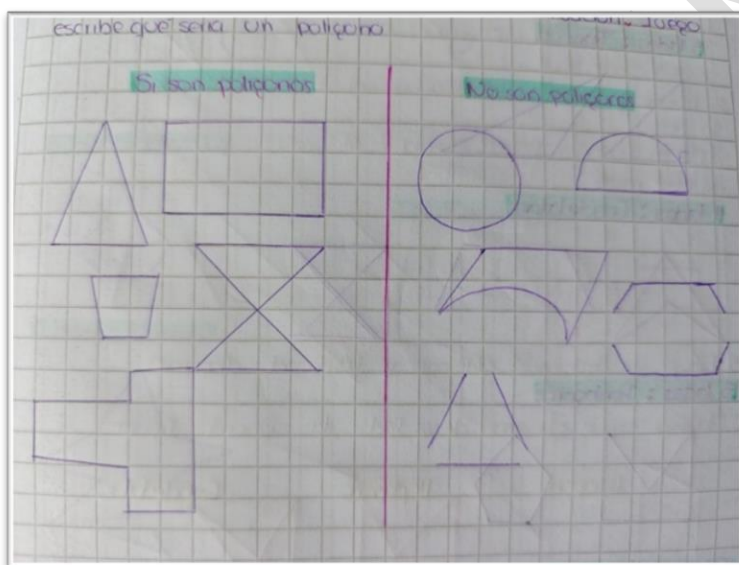
Fuente: elaborado por el autor.

Esto pone en evidencia el gran potencial de implementar el uso de ejemplos y no ejemplos en aula como una estrategia para fomentar la participación de los estudiantes en el proceso de creación de definiciones. Por esta razón, y reconociendo este potencial, actualmente se ha implementado esta estrategia en diferentes actividades con

estudiantes de secundaria del Colegio el Porvenir IED, con el propósito de definir distintos conceptos, tanto matemáticos como geométricos.

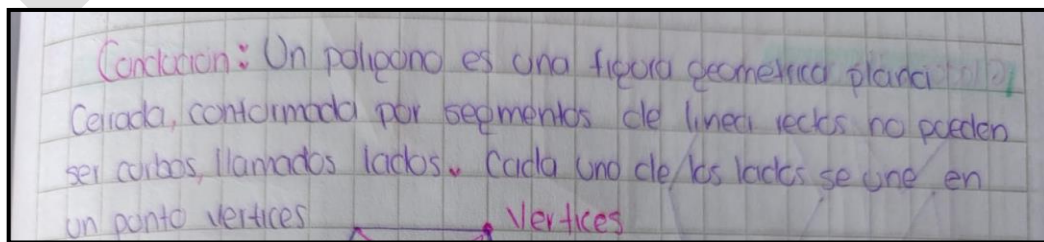
Por ejemplo, en una de las actividades que se han implementado, los estudiantes analizaron los ejemplos y no ejemplos presentados en la figura 6 para consolidar una definición conjunta de polígono. Fue a partir de este análisis que los estudiantes participaron activamente en su proceso de aprendizaje y lograron establecer características relevantes, como: debe ser una figura cerrada y sus lados deben ser rectos. Con base en estas características, se formuló de manera conjunta (entre el docente y los estudiantes) la definición planteada en la figura 7.

Figura 6: Ejemplos y no ejemplos para definir polígono.



Fuente: elaborado por el autor.

Figura 7: Definición consolidada para polígono.



Fuente: elaborada por el autor.

Es importante resaltar que el proceso de definir no es un proceso que se de por sí solo; por el contrario, el papel del docente es esencial e importante, ya que es quien orienta a los estudiantes en el proceso de construcción de definiciones, para que estas sean lo más formales posibles y tengan las condiciones necesarias y suficientes, como lo exige la rigurosidad matemática. Por esta razón, es fundamental continuar desarrollando investigaciones que proporcionen las herramientas didácticas para llevar a cabo un proceso de enseñanza y aprendizaje adecuado, que favorezca el desarrollo de la práctica matemática de definir.

T2 Conclusiones

El trabajo que aquí se presenta, de manera general, permite consolidar las siguientes conclusiones:

- El uso de ejemplos y no-ejemplos es un recurso didáctico clave en el diseño de actividades que tengan que ver con la construcción de definiciones; pues se evidencia que estos desempeñan un papel relevante para que los estudiantes desarrollen actividades propias de la práctica matemática de definir, tales como *describir propiedades* y quizás *construir y argumentar sobre características relevantes*.
- El papel del docente es fundamental en la construcción del conocimiento matemático en el aula. Es quien selecciona cuidadosamente los ejemplos y no ejemplos que invitan al debate, al análisis y a la identificación de las características esenciales de los conceptos a definir. Además, es quien guía y acompaña a los estudiantes para acercarlos progresivamente a un discurso matemático más especializado.
- Es importante implementar estrategias que fomentan la participación de los estudiantes en la creación de definiciones geométricas o matemáticas, pues no solo enriquece su aprendizaje, sino que también transforma el ambiente del aula en el que se debaten y comparten ideas.

Para finalizar, se invita a los lectores a desarrollar trabajos investigativos que aporten información sobre posibles secuencias de actividades orientadas a fomentar la participación de los estudiantes en la práctica matemática de definir. Así mismo, se considera relevante investigar sobre cuáles serían las representaciones más óptimas que

podrían utilizarse en el proceso instructivo, qué tipo de preguntas pueden formularse para favorecer esta práctica, y cuál sería el papel del docente en dicho proceso.

Investigaciones que profundicen en estos aspectos permitirían tomar decisiones pedagógicas y didácticas adecuadas y más fundamentadas, con el fin de mejorar la participación de los estudiantes en el desarrollo de diferentes prácticas matemáticas en el aula.

[T2]Referencias

- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or to teach to define? In A. Olivier & K. Newstead (eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248–255). Stellenbosch, South África: PME.
- Kobiela, M., & Lehrer, R. (2015). The codevelopment of mathematical concepts and the practice of defining. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(4), 423-454. <http://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.4.0423>
- Mariotti, M., & Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 219-248. <https://doi.org/10.1023/A:1002985109323>
- Megías, A.I., Gea, M.M. y Batanero, C. (2018). Definición y ejemplos de dependencia e independencia de sucesos por estudiantes de bachillerato. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García, y A. Bruno (eds.), *Investigación en educación matemática XXII* (pp. 338-346). Guijón: SEIEM
- Okazaki, M. (2013). Identifying situations for fifth graders to construct definitions as conditions for determining geometric figures. In A. M. Lindmeier, & A. Heinze (eds.), *Proceedings of the 37th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 409–416). Kiel, Germany: PME
- Ropero, D. (2022). *La práctica matemática de definir: Un análisis del discurso de estudiantes de secundaria al definir familias de poliedros* [tesis de maestría, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México].
- Samper, C. y Vargas, C. (2019). La negación: Un aporte a la construcción de definiciones en el aula escolar de geometría. *Educación Matemática*, 31(3), 39-60. <https://doi.org/10.24844/em3103.02>

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourse, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Swinyard, C. (2011). Reinventing the formal definition of limit: The case of Amy and Mike. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 30(2), 93–114.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.01.001>

Tabach, M., & Nachlieli, T (2015). Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. *Educational Studies in Mathematics*, 90(2), 163–187. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9624-0>

Van Darnolen, J. & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 91.106.
[https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00006-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00006-3)